COMPTE RENDU
DES SÉANCES
DE L'ACADÉMIE DES SCIENCES.

SÉANCE DU LUNDI 19 JANVIER 1857.

PRÉSIDENCE DE M. IS. GEOFFROY-SAINT-HILAIRE.

MÉMOIRES ET COMMUNICATIONS
DES MEMBRES ET DES CORRESPONDANTS DE L'ACADÉMIE.

THÉORIE DES NOMBRES. — *Recherches nouvelles sur la théorie des nombres; par* M. AUGUSTIN CAUCHY.

« Trois Mémoires que j'ai présentés à l'Académie, le 2 février 1824, puis le 31 mai et le 5 juillet 1830, renferment sur la théorie des nombres, spécialement sur les communs diviseurs des polynômes à coefficients entiers, sur les rapports qui existent entre les équations et les équivalences ou congruences, sur l'usage que l'on peut faire des nombres figurés et des nombres de Bernoulli, soit pour résoudre des équations du second degré en nombres entiers, soit pour déterminer le nombre des résidus quadratiques, enfin sur la détermination des racines primitives des nombres premiers, divers théorèmes qui ont paru dignes d'attention. De ces trois Mémoires, paraphés, le premier par M. Fourier, le second par M. Cuvier, le troisième par M. Arago, un seul, le second, a été publié dans le tome XVII des *Mémoires de l'Académie*. Parmi les propositions que renferme le premier Mémoire, l'une détermine un nombre entier que doit toujours diviser le plus grand commun diviseur de deux polynômes à coefficients entiers; et, dans le cas où, le coefficient de la plus haute puissance de la variable dans le premier polynôme étant l'unité, le second polynôme est la dérivée du premier, cette proposition assigne au nombre entier que doit diviser tout diviseur entier des deux polynômes, une valeur égale, au signe près, au produit des carrés des différences entre les racines de l'équation que l'on forme en égalant le premier polynôme à zéro. De cette proposition, que j'ai reproduite dans le premier volume des *Exercices de Mathématiques*, se tirent, comme on peut

le voir dans le premier volume et dans le quatrième, un grand nombre de conséquences qui intéressent la théorie des nombres. J'ajoute que de cette même proposition combinée avec le théorème de Fermat, suivant lequel tout nombre premier p divise la différence $x^p - x$, on peut immédiatement déduire le théorème général dont voici l'énoncé.

» *Théorème*. Soient

» p, q deux nombres premiers,

» θ une racine primitive de l'équation

(1) $$\theta^p = 1,$$

ou, ce qui revient au même, une racine de

(2) $$1 + \theta + \theta^2 + \ldots + \theta^{p-1} = 0,$$

et Θ une fonction entière de θ, à coefficients entiers, toujours évidemment réductible, en vertu de la formule (2), au degré $p - 2$. Soit encore n le nombre des valeurs distinctes que la fonction Θ peut acquérir, quand on remplace la racine primitive θ par une autre; nommons

$$\Theta_1, \Theta_2, \ldots, \Theta_n$$

ces valeurs de Θ, et posons

(3) $$f(x) = (x - \Theta_1)(x - \Theta_2)\ldots(x - \Theta_n);$$

enfin soit H le produit des carrés des différences entre les quantités Θ_1, $\Theta_2, \ldots, \Theta_n$, déterminé par la formule

(4) $$H = (-1)^{\frac{n(n-1)}{2}} f'(\Theta_1) f'(\Theta_2), \ldots, f'(\Theta_n).$$

Si q est supérieur à n, premier à H, et diviseur (*) du binôme

(5) $$\Theta^q - \Theta,$$

l'équivalence du degré n

(6) $$f(x) \equiv 0, \pmod{q}$$

aura n racines inégales et distinctes.

» *Démonstration*. Si l'on pose

$$\varphi(x, \Theta) = (x - \Theta)(x - 1 - \Theta)\ldots(x - q + 1 - \Theta),$$

on aura, dans l'hypothèse admise, pour toute valeur entière de x,

$$\varphi(x, \Theta) = qQ,$$

(*) Le binôme $\Theta^q - \Theta$ est une fonction entière de θ à coefficients entiers, et q est nommé *diviseur* de cette fonction, lorsqu'il divise tous les coefficients dans cette fonction réduite au degré $p - 2$.

Q désignant une fonction entière de θ à coefficients entiers. Cela posé, l'équation identique

$$\mathrm{f}(x)\mathrm{f}(x-1)\ldots\mathrm{f}(x-q+1)=\varphi(x,\Theta_1)\varphi(x,\Theta_2)\ldots\varphi(x,\Theta_n)$$

donnera

(7) $$\mathrm{f}(x)\mathrm{f}(x-1)\ldots\mathrm{f}(x-q+1)\equiv 0, \pmod{q^n}.$$

Si, dans la formule (7), on remplace x par $x+kq$, k étant un nombre premier à q, et si l'on pose, pour abréger,

$$\mathrm{f}(x+kq)=\mathrm{F}(x),$$

on aura encore

(8) $$\mathrm{F}(x)\mathrm{F}(x-1)\ldots\mathrm{F}(x-q+1)\equiv 0, \pmod{q^n}.$$

Cela posé, l'équivalence

(9) $$\mathrm{f}(x)\equiv 0, \pmod{q}$$

admettra évidemment une ou plusieurs racines, et le nombre des racines distinctes de cette équivalence sera le nombre des facteurs qui, dans chacun des produits

(10) $$\mathrm{f}(x)\mathrm{f}(x-1)\ldots\mathrm{f}(x-q+1),$$

(11) $$\mathrm{F}(x)\mathrm{F}(x+1)\ldots\mathrm{F}(x-q+1),$$

seront divisibles par q. D'ailleurs q, n'étant pas diviseur de H, ne pourra être diviseur commun de $\mathrm{f}(x)$ et de $\mathrm{f}'(x)$. Donc, si $\mathrm{f}(x)$ est divisible par q^2, le polynôme

$$\mathrm{F}(x)=\mathrm{f}(x)+kq\,\mathrm{f}'(x)+\ldots$$

sera, comme le produit

$$kq\,\mathrm{f}'(x),$$

divisible par q seulement. De plus, si $\mathrm{f}(x)$ est premier à q, on pourra en dire autant de $\mathrm{F}(x)$. Enfin, si $\mathrm{f}(x)$ est divisible une seule fois par q, une seule valeur de k, prise dans la suite

$$1, 2, 3, \ldots, q-1$$

rendra la somme

$$\frac{\mathrm{f}(x)}{q}+k\,\mathrm{f}'(x)$$

divisible par q, et $\mathrm{F}(x)$ divisible par q^2; et, pour toute autre valeur de k prise dans la même suite, $\mathrm{F}(x)$ sera divisible par q seulement.

» Des remarques semblables s'appliquant à chacun des facteurs du produit (11), si l'on prend successivement pour k les divers termes de la suite

$$1, 2, 3, \ldots, q-1,$$

le nombre des valeurs de k pour lesquelles un des facteurs du produit (11) sera divisible par q^2 ne pourra surpasser le nombre des racines distinctes de l'équivalence (9). Soit l ce dernier nombre, qui ne pourra surpasser n. On aura nécessairement $l = n$. Car, si l était inférieur à n, alors la condition $q > n$ entraînerait la suivante $q - 1 > l$; et, parmi les valeurs

$$1, 2, 3, \ldots, q - 1$$

successivement attribuées au nombre k, il y en aurait au moins une, qui, en rendant divisible une seule fois par q chacun des facteurs du produit (11) correspondants aux diverses racines de la formule (6), rendrait ce même produit divisible l fois seulement par q, tandis qu'en vertu de la formule (8) il devrait être divisible par q^n, et non pas seulement par q^l.

» *Corollaire.* Du théorème de Fermat rappelé à la page 78, il résulte que le nombre premier q est effectivement un diviseur du binôme

$$\Theta^q - \Theta$$

lorsque, n étant diviseur de $p - 1$, q est racine de l'équivalence

(12) $$q^m \equiv 1, (\text{mod. } p),$$

dans laquelle on suppose $m = \frac{p-1}{n}$, et lorsque d'ailleurs Θ est une fonction linéaire des périodes à m termes formées avec les racines primitives de l'équation (1). »

MÉCANIQUE. — *Mémoire sur le choc des corps élastiques, présenté à l'Académie le 19 février 1827; par* M. **Augustin Cauchy.**

Ce Mémoire sera publié dans le prochain *Compte rendu.*

Réponse de M. **Augustin Cauchy** *aux dernières observations de* M. Duhamel.

« J'étais absent, lorsque, dans l'avant-dernière séance, un de nos honorables confrères a cru devoir revenir sur la discussion soulevée à propos d'un théorème de M. Sturm. J'ai lu son article, j'ai relu le mien, et je serais étonné qu'il y pût trouver aucun motif de m'adresser le moindre reproche. Je me suis contenté d'exposer les faits. J'ai observé que, dans le Mémoire du 21 juillet 1828, se trouvaient quelques expressions qui, n'étant pas assez précises, avaient besoin d'être interprétées ou même corrigées. Que, pour faire disparaître toute obscurité, toute équivoque, dans les énoncés de mes deux théorèmes, et dans les applications que j'en ai faites, il suffise de joindre au mot *vitesses* le mot *projetées*, qui accompagne constamment le premier dans l'énoncé du principe des vitesses virtuelles, ou qu'avec M. Duhamel on aime mieux entendre par vitesses *égales et parallèles* les vitesses de deux points qui

coïncident, en transportant dans le premier théorème une condition énoncée seulement dans le second, peu importe. Je n'ai fait *nulle difficulté de reconnaître que notre confrère a pu légitimement attribuer le sens qu'il indique aux deux passages qu'il a cités;* mais j'ai ajouté : *Notre confrère reconnaîtra certainement à son tour que le théorème énoncé par lui avec précision se déduit, comme les deux miens, de la formule* (3) *de la page* 120 *de mon Mémoire*. D'ailleurs il n'est pas sans intérêt de constater l'accord de cette formule et des notions sur lesquelles elle s'appuie, avec les principes exposés, non-seulement par M. Ampère et par moi-même dans les leçons données à l'École Polytechnique, mais aussi dans le cours de mécanique appliquée fait par M. Poncelet à l'École de Metz. Je serais heureux que notre confrère M. Poncelet m'aidât à constater cet accord.

» Suivant la formule dont il s'agit, *lorsque, dans un système de points matériels, les vitesses varient sensiblement en grandeur et en direction, dans un très-court intervalle de temps, alors, chaque point ne changeant pas sensiblement de position durant cet intervalle, la variation de la somme des moments virtuels des quantités de mouvement équivaut à une intégrale singulière, relative au temps, et dans laquelle la fonction sous le signe* $\int$ *est la somme des moments virtuels des forces appliquées.*

» De cette proposition, dont la formule (3) est la traduction analytique, il résulte immédiatement que *la variation de la somme des moments virtuels des quantités de mouvement sera nulle, si l'intégrale singulière s'évanouit.* Ce dernier théorème comprend évidemment ceux qui sont énoncés dans mon Mémoire de 1828, et le théorème de M. Duhamel. Quant au théorème énoncé par M. Sturm, je ne puis l'admettre comme généralement vrai. La raison en est simple. Quand on essaye de le démontrer, on est toujours conduit à considérer les quantités de mouvement comme des forces instantanées; et je crois avec MM. Ampère et Poncelet que cette notion de forces instantanées doit être bannie de la mécanique rationnelle. »

Réplique de M. Duhamel.

« Si M. Cauchy était absent lorsque j'ai fait ma seconde communication, c'est que sans doute ses devoirs l'avaient appelé ailleurs; car, avant la séance, je l'avais prévenu que je lirais une Note dans laquelle je ferais voir que le théorème énoncé par M. Sturm en 1841 se trouvait démontré dans le Mémoire que j'avais lu à l'Académie en 1832, et inséré en 1836 dans le XXIVe Cahier du *Journal de l'Ecole Polytechnique*. Là se bornait l'objet de ma communication, et je n'ai pas recommencé la discussion, que je regardais comme entièrement terminée dans la séance précédente. Mais puisque

M. Cauchy la reprend aujourd'hui, je me vois obligé de lui faire cette courte et dernière réponse :

» 1°. Pour que le théorème démontré par M. Cauchy fût précisément celui que j'ai démontré, il faudrait admettre que par ces mots *vitesses égales et parallèles*, il entendait *vitesses non égales et non parallèles*.

» 2°. M. Cauchy dit qu'il suffirait d'ajouter au mot *vitesses*, le mot *projetées*. Or cette addition ne serait pas faite évidemment pour réparer un oubli ; mais le nouveau sens qu'elle donnerait à la phrase ne s'accorderait plus avec les raisonnements de l'auteur : car il ne parle que des forces produites entre les molécules deux à deux, et nullement de la force normale aux surfaces en contact. La projection ne se rapporterait donc pas à la direction de cette normale, dont il ne parle pas.

» 3°. M. Cauchy pense que je reconnaîtrai que le théorème de Carnot, tel que je l'ai démontré, avec l'introduction brusque de liaisons nouvelles, *se déduirait de la formule* (3) *de son Mémoire*.

» Sur ce point du moins nous serons complétement d'accord ; j'irai même plus loin que M. Cauchy : cette formule renferme non-seulement mon théorème, mais tout ce que l'on fera jamais sur les changements produits par des forces du genre de celles qu'on appelle *instantanées*. Et, en effet, cette équation (3) n'est autre chose que l'expression du principe de d'Alembert appliqué aux forces dites *instantanées*. Elle appartient à d'Alembert et à Lagrange ; elle a été employée par les géomètres avant M. Cauchy. Cependant je dirai que l'on doit savoir gré à notre confrère d'avoir démontré qu'elle pouvait être considérée, avec une approximation suffisante, comme résultant de la considération des forces continues, qui sont les seules dont la nature nous offre des exemples.

» On voit donc dans quel sens on peut dire que la formule (3) renferme les théorèmes en question. C'est de la même manière que toutes les propositions de la géométrie sont renfermées dans les axiomes fondamentaux de cette science. Toute la difficulté est de les y voir ; et je crois avoir suffisamment établi que M. Cauchy n'a tiré de l'équation (3) qu'une partie de ce que j'en ai tiré, quelques années plus tard. »

Observations générales sur la question relative au choc ; par M. Poncelet.

« Lors de la discussion qui s'était élevée, dans l'une des précédentes séances, entre nos savants confrères MM. Bertrand et Cauchy, relativement au principe sur les pertes de force vive dans les changements brusques de mouvement, j'avais fait remarquer que les théorèmes énoncés sans démonstration par M. Sturm, dans les *Comptes rendus* de 1841,

comme ceux mêmes de M. Cauchy, se rapportaient, au fond, à cette mécanique abstraite nommée exclusivement, mais improprement peut-être, *mécanique rationnelle*, et dans laquelle on introduit certaines hypothèses qui appartiennent en réalité à la mécanique des corps durs, tels que l'entendaient autrefois d'Alembert, Carnot, et qu'avait plus particulièrement adoptées notre illustre confrère, M. Poisson, dans ses leçons à l'École Polytechnique. Je faisais remarquer que Carnot lui-même et ses adeptes n'avaient jamais attribué à l'épithète de *corps durs*, la signification absolue qu'on lui attache depuis un certain temps; autrement, en effet, des savants géomètres ou physiciens, tels que MM. Petit, Navier, etc., n'auraient jamais osé faire une application directe du théorème sur la perte de force vive, aux chocs ou changements brusques de mouvement des liquides, application dans laquelle, au surplus, Borda avait, comme on sait, précédé de longtemps Carnot, sans avoir songé à en faire l'objet d'un énoncé général ou spécial. Enfin, j'exprimais l'opinion que l'introduction instantanée de nouvelles liaisons dans un système de corps en mouvement revenait, au fond, à supposer qu'au même instant il s'opérait, entre certains de ces corps considérés comme autant de systèmes invariables, des réactions mutuelles équivalentes à des chocs véritables dans lesquels, conformément encore au principe de d'Alembert, il s'établissait un équilibre fictif entre les quantités de mouvement finies, gagnées ou perdues par les molécules des différents corps: ce qui, à mon sens comme à celui de beaucoup de personnes, avait besoin d'une justification à priori, distincte de toutes celles qui en avaient été données dans l'origine et à l'époque, assez récente, où l'on considérait encore les quantités de mouvement comme des forces véritables, les seules effectives et qu'on nommait, selon les cas, *forces d'impulsion, forces de percussion*, dans les Traités de mécanique, où l'on éliminait, en quelque sorte, des équations et des démonstrations, le temps, la durée de l'action ainsi que les forces de pression ordinaires ou continues, telles que la pesanteur, le poids, souvent représentés par de simples vitesses, de simples accélérations, en substituant même explicitement l'effet médiat à la cause directe et efficiente, selon la manière de d'Alembert.

» Je crois avoir évité tous ces écueils dans le chapitre relatif à l'influence des changements brusques de la vitesse, du cahier lithographié de mes leçons à l'École de Metz, publié en 1826, et soumis à l'approbation de l'Académie des Sciences, en octobre de la même année (1), chapitre où, en

(1) Cette lithographie de 151 pages in-folio, déposée à la bibliothèque de l'Institut, a été l'objet d'un Rapport approbatif par MM. Arago et Dupin, dans la séance du 27 mai 1827 (voir le *Bulletin des Sciences technologiques de M. Férussac*, tome VIII, page 214 à 224) :

ayant égard à la durée du choc et aux réactions variables, normales ou tangentielles, des différents corps, j'ai tâché de rectifier les idées et les notions jusque-là généralement adoptées en mécanique, mais s'accordant mal avec les applications que j'étais appelé à en faire à la science particulière des machines, sans m'écarter d'ailleurs de la déférence et du respect qu'on doit aux travaux scientifiques de nos anciens et illustres maîtres.

» En émettant ces idées, lors de la discussion entre MM. Cauchy et Bertrand relative aux pertes de force vive, j'avais le pressentiment que cette discussion n'en resterait pas là; ce qui m'a été immédiatement confirmé par M. Cauchy, et c'est pourquoi je m'abstins de rien faire paraître aux *Comptes rendus* de la séance. Maintenant que cette même discussion a été reprise entre MM. Cauchy et Duhamel, non plus seulement à l'égard de la priorité qu'ils peuvent avoir aux énoncés de M. Sturm, mais quant au fond même de la démonstration, à la portée de chaque théorème ou principe; maintenant, surtout, que nos savants confrères ont bien voulu reconnaître l'antériorité de mes propres publications sur les leurs dans les questions relatives aux chocs qui s'opèrent entre des corps tels qu'en offrent les diverses machines, je me permettrai de faire remarquer que la théorie et la démonstration de M. Duhamel, qui remontent à 1835 ou 1832, se rapportent plus particulièrement à la mécanique de transition dont, moi-même et par les motifs respectueux déjà mentionnés, j'ai cru devoir faire usage lorsqu'en 1825, je fus appelé à enseigner la théorie et le calcul des machines à l'École d'Application de Metz; je veux dire, à cette mécanique intermédiaire entre celle des corps incompressibles et la mécanique des points matériels uniquement soumis à des actions égales et réciproques, dont, au surplus, quelques géomètres éminents commençaient à se préoccuper dès cette époque.

» Quant à la démonstration de M. Cauchy, exposée en juillet 1829 dans le *Bulletin des Sciences mathématiques* de M. de Férussac, elle prend son point de départ dans ce dernier genre essentiel de considérations, où l'on suppose les molécules des corps entièrement libres; par conséquent, sans faire usage à priori du principe de d'Alembert, qui a besoin, je le répète, de justification quand il s'agit de l'appliquer à la collision même des solides : l'équation différentielle d'où notre confrère procède, parfaitement acceptable

un certain nombre d'exemplaires en ont été distribués dès 1826, à MM. Ampère, Poisson, Navier, Coriolis, etc.; l'édition ayant été promptement épuisée, on en fit une seconde en avril 1828, sans la participation directe de l'auteur, alors malade et suppléé par M. le capitaine du génie Gosselin; une troisième édition également lithographiée parut en 1831, etc. Cette même lithographie et celles des sections suivantes ont été traduites en diverses langues, puis imprimées textuellement avec toutes leurs négligences et sans la participation de l'auteur, à Bruxelles et à Liége, en 1845.

au point de vue physique des choses, peut être considérée comme de toute évidence, d'après une manière de voir qui est aussi celle d'Euler; car elle ne suppose en réalité et à priori, aucune liaison géométrique ou fictive entre des points matériels du système. Jusque-là par conséquent tout est général, rigoureux et incontestable dans l'analyse de M. Cauchy. Mais, quand ensuite, notre savant confrère vient à transformer cette équation par l'intégration relative à la durée très-petite du choc, en supposant que les vitesses virtuelles ou géométriques restent constantes, il fait une première hypothèse : c'est que le système des liaisons reste le même pendant la durée entière de ce choc; c'est que les corps n'aient subi aucun changement de forme, aucun déplacement relatif sensibles; mais l'équation (3) qui s'y rapporte et à laquelle M. Cauchy s'attache plus particulièrement en dernier lieu et à juste raison, n'en est pas moins d'une grande importance dans la question des chocs : quand, plus tard, il admet que les molécules voisines et qui réagissent mutuellement, prennent des distances invariables ou des vitesses virtuelles égales et parallèles, il fait une seconde hypothèse, qui rentre entièrement dans celle qu'on admettait suivant l'ancienne manière d'entendre et d'établir le principe de d'Alembert et le théorème de Carnot, où seulement on avait le grand tort de substituer dans la démonstration, les vitesses finies, communes après le choc, aux vitesses virtuelles, et des quantités de mouvement fictives aux forces de réaction naturelles ou continues. Aussi, les théorèmes auxquels M. Cauchy arrive dans sa Note insérée au *Bulletin de Férussac*, ont-ils le même sens et la même portée que ceux de Carnot et de d'Alembert, comme j'en avais déjà fait la remarque aux pages 332 à 334 du même Bulletin (tome XII, 1829), où d'ailleurs j'ai réclamé la considération qui se rapporte à l'emploi des équations différentielles du mouvement, de leur intégration directe, etc.

» Il y a plus, on pourrait vraiment être surpris, si l'on ne connaissait les difficultés de la question du choc au point de vue physique et rigoureux, qu'un aussi éminent géomètre et habile analyste que M. Cauchy, ait, en quelque sorte, admis la solidification de tout le système des points matériels vers la fin du choc, sans établir de distinction ou de limite entre les différents corps solides dont il se compose, en les soudant pour ainsi dire invariablement à leurs points de contact réciproques, et sans faire aucune mention des vibrations, des déformations, ni même des actions moléculaires obliques et des frottements tangentiels qui ont inévitablement eu lieu pendant la collision réciproque des corps, dont les glissements et les déplacements relatifs introduisent dans l'équation (3) déjà citée et dans les équations finales, des

termes qui ne sont pas nuls, et donnent, d'après un théorème de Lagrange, en raison de l'intensité des forces moléculaires, fonction de la distance mutuelle, une nouvelle perte de travail ou de force vive très-comparable à celles qui ont lieu par l'hypothèse du choc normal ou direct.

» Il est évident que, à l'époque de 1828 ou 1829, notre illustre confrère n'avait point encore examiné d'une manière suffisamment attentive et approfondie, les conditions physiques du choc des corps solides, où d'ailleurs, la chaleur, l'élasticité; la cohésion, l'électricité même, qui n'entrent nullement dans les équations ou formules, jouent un rôle nécessaire jusqu'ici encore fort mal apprécié et défini, bien que, si ma mémoire ne me trompe, M. Cauchy eût, dès avant même cette époque, soumis à une savante analyse la question relative au choc direct, en quelque sorte linéaire, de deux prismes ou cylindres supposés parfaitement élastiques, afin d'évaluer la perte de force vive qui résulte des vibrations ou ébranlements moléculaires subsistant à la fin de la réaction mutuelle des deux corps, et cela contrairement aux idées qu'on se formait ordinairement sur le choc des corps élastiques. Cette question d'ailleurs, déjà anciennement attaquée par Lagrange dans le tome Ier des *Mélanges de l'Académie de Turin,* pour une file de molécules rangées en ligne droite et séparées par des ressorts plus ou moins élastiques, cette question a été reprise depuis et traitée à un autre point de vue par M. Poisson, dans la dernière édition de son *Traité de Mécanique,* publié en 1833 (tome II, page 331 à 347); Traité où, par parenthèse, l'illustre auteur s'est rapproché, en plus d'un point, de la nouvelle manière d'envisager les principes et les applications de la dynamique, qui, depuis un certain temps, était aussi devenue, à l'École Polytechnique, celle de MM. Ampère, Cauchy, M. Coriolis, auquel on doit une étude réfléchie et consciencieuse des théories relatives à la science des machines, dans un remarquable ouvrage publié en 1829; théories qui, à leur tour, peuvent être considérées comme le développement de celles antérieures de M. Burdin à l'École des Mines de Saint-Étienne, de M. Navier à l'École des Ponts et Chaussées, et de moi-même à l'École d'Application de Metz.

» Il ne faut donc point chercher dans les énoncés et les démonstrations de M. Cauchy, sauf la forme plus générale de l'analyse et du raisonnement, autre chose que ce qu'avaient, sans motifs suffisants peut-être, prétendu y mettre les successeurs de d'Alembert et de Carnot; mais je n'en conclurai pas, pour cela, que les énoncés de M. Sturm comportent, au point de vue physique, plus de rigueur ni plus de généralité, quoiqu'on y substitue, d'après la méthode bien connue de Lagrange, la condition également hypothétique, de liaisons géométriques et instantanées, à la considération des chocs, selon

les hypothèses de Carnot et de d'Alembert. Seulement, je pense que, dans les questions de cette nature, les énoncés sans leur démonstration explicite peuvent induire à de fausses interprétations et conséquences dans les applications, et que, sous ce rapport, on doit infiniment déplorer que notre illustre et regrettable confrère ne nous ait pas laissé au moins une courte indication des principes ou hypothèses fondamentales d'où il était parti, qui doivent appartenir exclusivement à la mécanique analytique ou rationnelle, et qu'il serait peut-être facile de rétablir en partant de la manière, si généralement connue, dont il exposait, dans ses leçons, les principales doctrines de cette même mécanique.

» J'en viens maintenant aux démonstrations que M. Duhamel a données des théorèmes relatifs aux pertes de force vive dans son Mémoire de 1832, et je ferai tout de suite remarquer qu'en s'élevant à la considération d'un système ou assemblage de corps solides assujettis à des liaisons quelconques, il y applique, tout d'abord, le principe de d'Alembert relatif à l'équilibre des quantités de mouvement finies; principe qui, au fond, doit être envisagé, d'après les propres idées de l'auteur, comme l'une des intégrales des équations fondamentales du mouvement. De plus, sans les introduire explicitement dans les équations, il ne perd pas de vue les forces de réaction élastiques ou non élastiques qui ont lieu suivant les normales aux points de contacts communs des corps, et les théorèmes qu'il en déduit sur la perte de force vive après le choc se rapprochent en réalité, beaucoup plus des conditions physiques de la question que ceux de M. Cauchy, et à fortiori, sans doute, que ceux de M. Sturm, qui, je le répète, appartiennent proprement à des considérations théoriques ou abstraites, et offrent, par cela même peut-être, un peu plus de généralité au point de vue mathématique où il s'était exclusivement placé.

» A l'égard des formules posées par M. Duhamel et qui concernent les pertes de force vive dans le choc des corps imparfaitement élastiques, je crois devoir faire observer qu'elles ne diffèrent pas, quant au fond, de celles qui sont établies, par des considérations beaucoup moins nettes sans aucun doute, à la page 152 de l'ouvrage de Carnot, intitulé : *Principes fondamentaux de l'équilibre et du mouvement* (Paris, 1803).

» Je l'avouerai encore, les énoncés de M. Duhamel, par cela même qu'ils supposent un mode de liaison instantané et quelconque, mais dans lequel on n'a égard qu'aux seules réactions normales, me paraissent limiter mal à propos la question, et se renfermer trop exclusivement dans l'ancienne hypothèse des corps infiniment résistants et polis, où l'on suppose gratuitement qu'une force appliquée à une ligne, à une surface rigide et continue, ne

peut être détruite par la résistance de l'une ou de l'autre, que dans une direction rigoureusement normale, en faisant ainsi une abstraction complète de tout glissement, de tout frottement, dont l'introduction dans les équations analytiques les compliquerait, il est vrai, extraordinairement, en exigeant l'introduction même des forces de percussion ou réaction normales. Mais, comme le prouvent encore les belles et récentes études analytiques de notre savant confrère sur les vibrations sonores des cordes tendues soumises à l'action transversale d'un archet, il est plus à même que personne d'apprécier l'importance de ce genre de considérations en mécanique expérimentale, et la difficulté inhérente à l'introduction directe du frottement dans les formules ne saurait être un motif suffisant pour repousser ces considérations à priori ou d'une manière générale en théorie. En effet, d'après une méthode, un principe bien connus, on peut toujours décomposer une machine, un assemblage de corps quelconque, en ses éléments ou corps distincts, et traiter à part chacun d'eux en le considérant comme entièrement libre, pourvu qu'on remplace les autres corps par les actions normales ou tangentielles qu'ils exercent aux points de leur contact avec le premier; et c'est notamment ainsi que les théories relatives au choc dans les machines, que M. Duhamel a bien voulu citer dans sa première Note, et, postérieurement à 1826, admises par MM. Navier et Coriolis, c'est ainsi, dis-je, que ces théories tiennent compte du frottement pendant la durée même du choc, de manière à en déduire l'expression finie de la perte de force vive relative à chaque cas, mais dans laquelle le frottement joue un rôle très-comparable à celui qui peut résulter de l'altération même des ressorts moléculaires, des vibrations persistantes après le choc, etc.; altérations et vibrations dont il est, quant à présent, impossible d'apprécier l'influence autrement que par les données directes de l'expérience.

» En résumé, les énoncés et les démonstrations de M. Duhamel me paraissent plus complets et plus rigoureusement circonscrits que ceux de M. Cauchy, quoiqu'ils se rattachent, sous un certain point de vue, à l'ancienne doctrine des percussions, discutable en principe et dans quelques-uns des résultats; en revanche, la mécanique fondée à priori sur la considération des points matériels soumis à de simples forces, mécanique dont je ne crains pas ici de me déclarer l'un des adeptes et que M. Cauchy a spécialement adoptée dans son Mémoire de 1829 et ses travaux antérieurs, me paraît d'une portée plus étendue, d'une exposition plus rapide, moins entachée d'arbitraire, et, par cela même, devoir constituer les vrais fondements de la mécanique théorique ou pratique, c'est-à-dire à la fois démonstrative et expérimentale, pourvu qu'on ne se hâte pas trop d'y introduire, comme l'a

fait notre savant confrère dans l'application particulière qui nous occupe, les hypothèses relatives à l'invariabilité finale des distances mutuelles, etc., et qu'on laisse à l'expérience, à l'observation et au calcul le soin de remplir les vides relatifs aux effets des actions moléculaires encore inexpliquées ou mal définies : cette méthode se concilie parfaitement d'ailleurs avec l'exposition rigoureuse des grands et invariables principes de la mécanique rationnelle, des grandes théories qui constituent l'une des plus belles acquisitions scientifiques et philosophiques de notre siècle ou des précédents.

» Et, si l'on m'objecte maintenant qu'il n'y a qu'une seule mécanique, qu'il n'en existe pas deux, à savoir celle des percussions, des réactions entre corps durs et polis, à liaisons constantes ou invariables, etc., et celle des systèmes de points matériels libres ou assujettis à de simples actions mutuelles à distance, je répondrai que cela est malheureusement, mais ne devrait pas être si l'on voulait bien distinguer, dès l'entrée de la mécanique, les hypothèses qui tendent à simplifier le calcul ou l'exposé de certaines questions, des qualités physiques et effectives des corps, appartenant à la science des faits et de l'observation ; science qui constitue, en quelque sorte, une troisième mécanique, celle des Képler, des Galilée, des Newton, des Bernoulli, des Borda, des Coulomb, des Fresnel, des Ampère, etc., etc.; la plus importante de toutes, nommée *physique et expérimentale*, et qui est aujourd'hui même encore à créer ou à parfaire pour une infinité de questions pratiques ou théoriques, mais dont, tout au moins, les hypothèses ci-dessus mentionnées et les doctrines trop restreintes de la mécanique démonstrative, ne devraient pas obscurcir l'intuition à priori, au risque d'en retarder les véritables solutions.

» Enfin, si l'on me demandait encore ce que je pense, au fond, du théorème de Carnot sur les pertes de force vive ou de travail dans le choc des systèmes solides non élastiques appartenant aux machines, je répondrais, ce que j'ai déjà eu occasion de faire remarquer depuis fort longtemps, avec beaucoup d'autres savants ingénieurs ou professeurs, qu'il est, en lui-même et dans sa généralité, fort peu utile pour l'appréciation directe des effets de ces machines, où l'on sera toujours obligé de recourir à l'équivalent du principe de d'Alembert ou de quelque autre théorème plus immédiat encore et plus rigoureusement établi par le raisonnement ou l'expérience. »

Observations de M. Morin.

« Sans vouloir prendre part à un débat qui a eu pour origine des réclamations personnelles, M. Morin désirerait qu'il en sortît pour la science et pour l'enseignement une conclusion utile. Il résulte des explications qui

ont été données de part et d'autre, que personne aujourd'hui ne voudrait enseigner la théorie du choc des corps, en admettant l'hypothèse de forces instantanées susceptibles de communiquer ou d'enlever aux corps des vitesses finies dans un temps nul ou infiniment petit. Tout le monde sent en effet que le temps est un élément indispensable à l'accomplissement des phénomènes de mécanique, aussi bien qu'à ceux du développement des végétaux et des animaux. Si depuis longtemps on a renoncé à cette manière commode, mais inexacte, de présenter la théorie du choc des corps, on ne l'a peut-être cependant pas fait d'une manière assez complète ; car, en insistant autant qu'on le voit souvent sur la brièveté du temps pendant lequel s'accomplissent ces phénomènes, on ne fait pas assez sentir que la difficulté d'apprécier cette durée ne tient qu'à l'imperfection de nos moyens d'observation, et l'on pourrait montrer qu'à mesure que ces moyens se perfectionnent, on reconnaît de mieux en mieux que les efforts développés dans les réactions mutuelles des corps suivent les mêmes lois que les autres phénomènes de mécanique. Il serait même facile d'en donner des exemples.

» La notion des forces de percussion, d'impulsion, qui, par cela seul qu'on les désigne par des noms particuliers, semble indiquer qu'il existe des forces d'une nature différente des forces ordinaires, les mots de corps durs ou de corps mous, auxquels les géomètres actuels n'attribuent certainement pas une signification aussi absolue que celle que leur donnaient certains auteurs, contribuent aussi à jeter du doute dans l'esprit des élèves. C'est quand on doit traiter des questions d'application que l'on s'aperçoit combien est petit le nombre des élèves qui ont des idées nettes à ce sujet, et l'on en pourrait citer de singuliers exemples fournis par des hommes très-distingués d'ailleurs.

» En exposant, au contraire, ainsi que l'a fait très-explicitement M. Poncelet dans ses leçons à l'École de Metz, la théorie des chocs par la considération des efforts de réaction développés par l'inertie et par les forces moléculaires, pendant et après la période de compression, on a l'avantage de se rapprocher beaucoup plus de la réalité des phénomènes naturels, de parler d'une manière plus claire à l'esprit, de donner aux élèves la conscience de ces effets, et de les conduire plus facilement aux applications. C'est ainsi que les théories du mouvement des pilons, des marteaux de forge, des balanciers à frapper les monnaies, du pendule balistique, etc., sont exposées à l'École de Metz depuis M. Poncelet, que des applications nombreuses en sont faites par les élèves avec facilité et les conduisent toujours à des résultats que l'expérience vérifie.

» C'est cette manière de présenter l'importante théorie des effets du choc

que M. Morin désirerait voir introduire dans l'enseignement, et la discussion qui vient d'avoir lieu a montré que l'on était assez d'accord sur les bases mêmes de la doctrine, pour qu'il soit permis d'espérer que l'on parviendra aussi à s'entendre sur la forme qu'il convient d'employer dans l'exposition. »

MÉMOIRES PRÉSENTÉS.

M. le Ministre de l'Instruction publique transmet un Mémoire intitulé : « Distillerie et sucrerie indigènes », dont l'auteur est *M. Poulain*, receveur de la navigation à Abbeville (Somme).

(Renvoi à l'examen d'une Commission composée de MM. Pelouze, Payen, Peligot.)

M. le Ministre transmet également un Mémoire adressé de Sainte-Radegonde (Gers), par *M. Darget*, et ayant pour titre : « l'Éclairage aux gaz oxygène et hydrogène par l'eau et la pile de Volta ».

Une Commission, composée de MM. Dumas, Regnault, Payen, est invitée à prendre connaissance de cette Note et à en faire, s'il y a lieu, l'objet d'un Rapport.

M. Elie de Beaumont annonce avoir reçu depuis la dernière séance une pièce adressée par un des concurrents pour le grand prix de Mathématiques (question concernant le dernier théorème de Fermat), pièce destinée à être substituée à une de celles que l'auteur avait précédemment envoyées sous la même devise.

Cette pièce, qui ne pouvait être admise au concours à raison de sa date, doit être mise sous les yeux de la Commission qui aura, dans son Rapport, à examiner s'il convient de maintenir la question au concours.

ANATOMIE ET PHYSIOLOGIE COMPARÉE. — *De l'organisation et de l'embryogénie du Dentale* (Dentalium entalis), *premier Mémoire; par* M. Lacaze-Duthiers. (Extrait par l'auteur.)

(Commissaires, MM. Milne Edwards, Valenciennes, de Quatrefages.)

« Le Dentale est un de ces êtres toujours embarrassants pour les naturalistes, dont cinq formes très-différentes de celles des types bien définis ont pû le faire rapprocher des animaux même les plus éloignés. Jadis on le rangeait à côté des Serpules, parmi les Vers, et il est jusqu'à des tubes formés par des Insectes aquatiques à l'état de larves qui ont été classés avec lui. Au-

jourd'hui, sa place dans l'embranchement des Mollusques ne peut être douteuse : il revient à M. Deshayes de l'avoir nettement indiquée; mais il reste encore à assigner sa position dans cet immense groupe. Car ses affinités naturelles ne sont nullement déterminées; elles sont basées pour la plupart sur des erreurs anatomiques. On verra combien il était nécessaire de reprendre l'étude de l'organisation.

» De Blainville, d'après le travail de M. Deshayes, avait, en raison de la forme des organes décrits comme des branchies, établi la division des *Cirrhobranches,* et M. Von Siebold a conservé ce nom à une famille créée aussi pour le Dentale. Or il a été publié un autre travail sur le même animal; l'auteur, M. W. Clark, dont les vues sont admises par MM. Forbes et Hanley dans leur *Histoire des Mollusques d'Angleterre,* déclare que ce que M. Deshayes appelle des branchies, n'est point l'organe de la respiration, mais un organe sécréteur des mucosités salivaires. Que deviennent alors et la classe et la famille des Cirrhobranches?

» Je remarque encore entre le travail de M. Deshayes, qui date de 1825, et celui de M. Clark, qui est de 1849, d'autres oppositions très-grandes, même en ce qui touche les organes les plus importants. Ainsi, tandis que M. Deshayes place le cœur du côté du dos, M. W. Clark décrit un organe tout à fait distinct sur le côté opposé. Ce que le premier appelle foie, le second le nomme branchies. Les orifices naturels divers ne sont pas même considérés comme occupant la même position, et les organes reproducteurs sont tout différemment indiqués. Je ne parle point de toutes les choses restées inaperçues. Ne trouvant que ces deux travaux, il m'a semblé qu'il y avait à reprendre l'histoire du Dentale; j'en donne dans ce Mémoire la première partie.

» *De l'appareil digestif.* — La bouche est ouverte au sommet d'un mamelon pédiculé; elle est entourée d'une couronne de huit appendices d'inégale grandeur, dont l'apparence rappelle de loin celle de la feuille de chêne.

» Ce mamelon buccal est placé du côté du dos, entre le pied et le manteau; les nombreux filaments appelés branchies par M. Deshayes l'enveloppent et le masquent.

» Dans ce mamelon sont creusées deux poches latérales, véritables *abajoues,* où l'on rencontre souvent des matières alimentaires, telles que des Foraminifères reconnaissables à leurs coquilles. Il n'y a pas, comme cela a été dit, dans leur intérieur de pièces cornées servant à la mastication. Leur face interne est tapissée par une couche de substance de nature glandulaire, qu'on pourrait peut-être regarder comme produisant un liquide utile dans la digestion.

» Le tube qui traverse le pédicule du mamelon mérite à peine le nom d'œsophage ; il fait communiquer la bouche avec une poche où est logé un appareil corné fort compliqué et destiné à diviser les matières alimentaires.

» La paroi dorsale de cette cavité est très-voisine des téguments du corps et intimement unie avec eux, condition qui rend son isolement difficile.

» La paroi inférieure est occupée par l'appareil triturant, qui se compose de trois parties distinctes : un cartilage, des muscles et les pièces cornées.

» Le cartilage à la forme d'un fer à cheval dont les branches dirigées en arrière ont leurs extrémités courbées et convergentes l'une vers l'autre. Le sommet de la courbe est rétréci, il semble en avant divisé sur la ligne médiane.

» Sa structure est complétement cellulaire ; son tissu, légèrement blanc-bleuâtre, rappelle entièrement le tissu cellulaire polyédrique irrégulier des végétaux. Ces cellules renferment un ou deux petits globules, quelquefois davantage, qui ressemblent à des noyaux.

» Il est évidemment la pièce de support de l'appareil triturant.

» Deux muscles forment la partie active des appareils. L'un est impair ; il réunit les deux extrémités des branches du fer à cheval. En se contractant, il diminue l'espace compris dans la courbe du cartilage. L'autre est formé de deux moitiés symétriques que l'on pourrait peut-être considérer chacune comme un muscle distinct. Il naît sur le bord externe du côté dorsal du cartilage, s'étale sur sa face inférieure, se ploie en dedans vers sa courbe ou fer à cheval, se recoquille sur le bord interne du cartilage et vient s'insérer sur la face dorsale de celui-ci, suivant une ligne qui coupe cette face en deux parties, l'une antérieure, l'autre postérieure. Ce muscle recoquillé, comme une oublie, est donc pour ainsi dire enroulé sur le cartilage ; son action est assez difficile à bien préciser ; il doit, suivant qu'il prend un point fixe dans l'une ou l'autre de ses insertions, faire éprouver un mouvement de torsion au cartilage du côté de la courbure, c'est-à-dire en dedans ou bien en dehors.

» L'insertion des deux extrémités sur le cartilage m'a paru ne pouvoir faire de doute, et, comme au périchondre de ce dernier, se trouve uni par ses bords à l'appareil triturant, il s'ensuit que les mouvements communiqués à l'un arrivent jusqu'à l'autre.

» Ces deux muscles, en fermant en arrière la courbe du fer à cheval ou en la tapissant en avant et sur les côtés, laissent cependant au centre un espace vide où vient s'engager, comme dans un orifice, la portion rétrécie

de l'appareil triturant, dont la partie élargie s'étale sur l'insertion interne du muscle contourné.

» Les pièces cornées sont groupées sur le plan général de l'organe que l'on nomme langue dans beaucoup de Gastéropodes. Une série de pièces impaires médianes forme comme un rachis, de chaque côté duquel viennent se placer symétriquement des lamelles latérales et des dents; le bord des lamelles est uni au périchondre. Les dents sont libres et forment deux sériés; elles s'entre-croisent au devant du rachis.

» Le rachis semble être la partie basilaire, la lamelle latérale articulée avec la dent semble être la pièce qui transmet le mouvement, et la dent la partie active. Celle-ci est couverte de petits crochets, et son aspect est essentiellement variable avec sa position.

» L'analogie avec la langue des Oscabrions, des Patelles, etc., et de beaucoup d'autres Gastéropodes, est parfaite. Ici donc il y aurait une langue rentrée, profonde et ne pouvant devenir saillante au dehors. Il me paraît du reste qu'il y a à faire des recherches comparatives sur ce que l'on est convenu d'appeler la langue des Mollusques.

» Une cavité, séparée en dessous de la cavité générale du pied par une cloison musculo-membraneuse et en arrière de la partie postérieure du corps par un véritable diaphragme, renferme l'appareil que je viens de décrire et le paquet intestinal.

» L'intestin grêle forme trois circonvolutions qui semblent nouées entre elles, circonstance qui a fait méconnaître la vraie disposition du tube digestif. Il est placé en arrière de l'appareil de trituration, et communique en arrière avec le rectum; celui-ci perce le diaphragme ou cloison postérieure, se dirige en bas, se renfle en bulbe, et se dilate pour venir s'ouvrir en arrière et tout près du talus du pied. L'anus me paraît être au bulbe même; celui-ci, de nature spongieuse, semble avoir un rôle particulier : je le nomme *bulbe anal*. Quant au tube dilaté, il a une autre fonction que celle du rejet seul des matières excrémentielles. Il en sera question à propos de la circulation et de la respiration.

» Mais entre le paquet intestinal et l'appareil à division mécanique il y a une partie intermédiaire, inaperçue par les auteurs ou définie d'une manière inexacte. Après la cavité où est logé l'appareil triturant, le tube digestif se resserre, puis se dilate de nouveau et enfin se rétrécit de plus en plus en se rapprochant du diaphragme qu'il traverse pour se porter dans la partie postérieure du corps; là il se courbe brusquement, forme une anse à courbure antérieure, et devient parallèle à lui-même pour rentrer dans la

cavité précédente, en traversant de nouveau le diaphragme par le même orifice qui avait servi à la sortie; alors il se rétrécit beaucoup et se continue avec le paquet intestinal. C'est dans cette partie de son trajet que le tube digestif a été perdu par les anatomistes. De là les erreurs commises par eux.

» La portion du tube qui forme ainsi une anse dans la partie postérieure du corps, est assez large et d'une teinte jaunâtre; elle reçoit des conduits en nombre variable de quatre, cinq, six, sept, résultant de l'union et de l'abouchement de nombreux culs-de-sac jaunes-brunâtres glandulaires formant évidemment le foie.

» La glande hépatique est formée de culs-de-sac sécréteurs tapissés par un parenchyme dont les éléments sont de grandes cellules remplies de grandes granulations colorées, d'apparence huileuse. Les canaux sécréteurs se placent côte à côte et se disposent en lames symétriques que l'on aperçoit à l'extérieur dans l'épaisseur même des parois du tube du manteau; c'est cette position qui a sans aucun doute conduit M. W. Clark à attribuer le rôle de branchies à cette glande. »

CHIRURGIE. — *Mémoire sur la ligature par écrasement et sur un nouvel instrument constricteur destiné à son exécution; par* M. le Dr **Maisonneuve**. (Extrait par l'auteur.)

(Commissaires, MM. Velpeau, Morin, Jobert, de Lamballe.)

« Depuis longtemps les chirurgiens savent que la ligature appliquée à la division de nos tissus peut être employée de deux manières bien distinctes : ou bien comme agent de section immédiate : *ligature par écrasement;* ou bien comme agent de section lente : *ligature par étranglement.*

» De ces deux espèces de ligatures, parfaitement décrites par Dupuytren, la première, ou ligature par écrasement, avait toujours été beaucoup moins employée que la seconde. Elle a surtout été réhabilitée par Mayor, de Lausanne, qui en a fait de nombreuses applications et a perfectionné les instruments destinés à son exécution. Décrite plus récemment sous le nom d'écrasement linéaire, elle a été l'objet d'expériences multipliées et paraît devoir prendre chaque jour plus d'importance dans la pratique, à mesure que ses moyens d'exécution pourront être perfectionnés. C'est pour aider à ce résultat que je viens proposer un nouvel instrument constricteur.

» Cet instrument, fabriqué par notre éminent mécanicien (M. Charrière fils), est construit sur le principe du serre-nœud de Graefe, dont il ne diffère que par des perfectionnements de détail, consistant surtout dans la

forme de l'anneau terminal, qui présente une fente allongée, et dans une dimension totale plus considérable.

» Son mécanisme, plus simple et plus puissant qu'aucun des instruments constricteurs connus, permet d'opérer sans efforts la constriction et l'écrasement des tissus les plus résistants avec toute espèce de ligatures, tels que cordon de soie ou de chanvre, fils de fer, d'argent ou de laiton, chaînes métalliques de différentes formes, et se prête mieux qu'aucun autre à toutes les exigences de la pratique. »

PHYSIOLOGIE. — *Mémoire sur l'action anesthésique du gaz oxyde de carbone; par* **M. G. Tourdes.** (Extrait.)

(Commissaires, MM. Flourens, Cl. Bernard, J. Cloquet.)

« Dans le Mémoire que j'ai l'honneur de soumettre au jugement de l'Académie, j'ai eu surtout pour but d'établir la spontanéité de mes recherches en constatant, par les bulletins autographiés de mon cours à la Faculté de Médecine, qu'à la date du 15 février 1853 j'avais déjà classé l'*oxyde de carbone* parmi les gaz anesthésiques, avec l'hydrogène protocarboné, l'acide carbonique et l'hydrogène bicarboné. Le 18 décembre dernier, j'ai répété mes expériences en public; le 31 décembre, une première application à la thérapeutique a été faite, comme conséquence de mes recherches, à une des cliniques de la Faculté de Médecine de Strasbourg.

» Le point de départ de mes recherches a été le fait suivant : essayant de déterminer l'action de différentes proportions d'oxyde de carbone, j'ai constaté qu'un certain nombre d'animaux, plongés dans un état de mort apparente, se remettaient facilement et pouvaient ainsi servir à de nouvelles expériences.

» Les expériences sont faites soit dans une cloche sur la cuve pneumatique, soit au moyen d'un appareil en caoutchouc, qui permet de prolonger et de suspendre à volonté l'action du gaz. On a expérimenté sur des lapins et sur des pigeons.

» Les deux faits fondamentaux sont l'innocuité du gaz et son action anesthésique, analogues à celles du chloroforme et de l'éther. Un animal peut être anesthésié plusieurs fois de suite, et il se remet, après chaque expérience, promptement et complétement. Cette épreuve peut être répétée pendant plusieurs jours sur le même animal sans que sa vie soit compromise. Les animaux soumis à l'action de l'oxyde de carbone sont plongés dans une anesthésie complète qui peut aller jusqu'à la mort apparente : in-

sensibilité, résolution des membres, ralentissement de la respiration, aucun trait ne manque au tableau ; on peut prolonger cet état en continuant l'action du gaz.

» Quand on prolonge l'action du gaz, l'animal succombe. Il faut s'arrêter dès que l'anesthésie est complète. La mort peut être brusque, avec cris et convulsions ; le plus souvent elle est douce. La transition est insensible du sommeil à la mort ; la respiration s'arrête, l'oxyde de carbone paraît tuer en paralysant les muscles respirateurs....

» L'observation a déjà constaté que l'homme peut supporter sans périr l'action du gaz oxyde de carbone. Dans les hauts fourneaux où l'oxyde de carbone est employé pour certaines opérations métallurgiques, d'après le procédé d'Ebelmen, on a vu des ouvriers frappés d'asphyxie, c'est-à-dire d'anesthésie subite, revenir promptement à eux. Le 31 décembre 1856, comme application de mes recherches à une des cliniques de la Faculté, M. Léon Coze, agrégé, employa les douches utérines d'oxyde de carbone sur une femme atteinte de cancer ulcéré de la matrice et traitée inutilement par les injections d'acide carbonique. Sept douches d'oxyde de carbone ont été successivement appliquées. La malade a éprouvé quelques vertiges, les douleurs ont été calmées, l'injection n'a pas été suivie d'hémorragie, comme on l'avait observé par l'acide carbonique.

» En constatant l'action anesthésique de l'oxyde de carbone, c'est un devoir de signaler en même temps les dangers qui résultent de la forme gazeuse et de la difficulté de l'application de cet agent, afin de ne point porter la responsabilité des accidents qui pourraient survenir un jour. »

ÉCONOMIE RURALE. — *Sur les phosphates fossiles naturels et leur application à la préparation des engrais ; par* **M. A. Dugléré.** (Extrait.)

(Commissaires nommés pour le Mémoire de MM. de Molon et Thurneisen : MM. Cordier, Berthier, Boussingault, de Senarmont.)

« La lecture de différents traités agricoles m'ayant appris que des phosphates fossiles étaient avantageusement employés dans les pays étrangers, j'ai fait faire quelques recherches, et, dans l'arrondissement de Vouziers, département des Ardennes, j'ai trouvé des gisements analogues à ceux dont j'avais lu la description. Ces gîtes sont à peu près à la surface du sol ; ils se composent d'une agglomération de nodules généralement de la grosseur d'un œuf de poule, affectant la forme de galets, empâtés dans la craie et d'une couleur grisâtre ou verdâtre ; la quantité de ces nodules est considérable.

les bancs qu'ils forment s'étendent fort loin, et il y a tout lieu de croire que les départements voisins contiennent aussi de pareils fossiles.

» Soumis à l'analyse de plusieurs chimistes, ces nodules ont été reconnus contenir la moitié à peu près de leur poids en phosphates, et la moitié en matières inertes.

» Une de ces analyses a donné :

Eau	4,7
Acide carbonique	4,9
Chaux	32,5
Acide phosphorique	22,0
Oxyde de fer et alumine	16,9
Silice et silicate	18,8
Matières organiques	0,2
	100,0

» Deux analyses faites à l'École des Mines ont donné :

	N° 1.	N° 2. (1)
Argile et silice	25,66	30,00
Oxyde de fer	traces.	traces.
Chaux	44,54	46,94
Acide phosphorique	12,12	14,72
Acide carbonique	7,33	7,66
Eau et matières volatiles	10,33	00,00
	99,98	99,32

» Me fondant sur ces analyses, j'ai fait usage de ces phosphates pour la fabrication d'engrais composés, et j'en ai remis des échantillons à divers cultivateurs pour les essayer sur leurs terres; ce n'est qu'à la récolte prochaine que les résultats pourront être reconnus.

» Je joins à la présente Note quelques échantillons de ces nodules. »

M. **Bonnefont** adresse une Note en réponse à une réclamation de priorité soulevée par *M. Alquié*, relativement à l'emploi du *séton filiforme* dans le traitement des bubons.

« M. Alquié, dit l'auteur de cette Note, déclare n'avoir commencé qu'au mois de novembre 1852 à faire usage du séton filiforme, et je puis prouver que dès le mois de mars 1851 j'ai eu recours à cette méthode à l'hôpital du

(1) Cet échantillon a été analysé après calcination.

Gros-Caillou.... A cette époque, je me servais d'une aiguille à suture ordinaire armée d'un simple fil comme celle que recommande aujourd'hui M. Alquié... Vers la fin de 1852, j'ai trouvé qu'il y avait avantage à employer une aiguille plus longue qui permet de porter les deux piqûres au delà du décollement de la peau et de passer dans le trajet quatre petits fils au lieu de deux. »

(Commissaires précédemment nommés : MM. J. Cloquet, Jobert, de Lamballe.)

M. Guillon adresse pour le prochain concours Montyon (Médecine et Chirurgie) une Note « sur la stricturotomie ou urétrotomie. »

(Réservé pour la future Commission des prix de Médecine et de Chirurgie.)

CORRESPONDANCE.

La Société Linnéenne de Lyon, en adressant les tomes I et II de la nouvelle série de ses *Annales*, prie l'Académie de vouloir bien lui accorder en échange les *Comptes rendus* de ses séances.

(Renvoi à la Commission administrative.)

PHOTOGRAPHIE. — *Réclamation de priorité à l'occasion d'une Note récente de* MM. E. Robiquet et J. Duboscq *sur le collodion sec; Lettre de* M. l'abbé Desprats.

« Le procédé de collodion sec communiqué à l'Académie des Sciences par MM. Robiquet et Duboscq dans la séance du 29 décembre 1856, n'étant autre chose que celui que j'ai livré au public, il y a un an, je me vois dans la nécessité d'en revendiquer pour moi la priorité. J'ai détaillé longuement ma méthode du collodion sec dans deux recueils périodiques : la *Lumière* et la *Revue Photographique*, je n'entrerai donc pas ici dans des détails dont chacun a pu prendre connaissance à l'époque. Je dirai seulement que ma méthode, semblable, sous beaucoup de rapports, à une foule d'autres déjà publiées, s'en distinguait néanmoins par un nouvel élément ajouté à la composition du collodion; ce nouvel élément est la résine ordinaire et commune. Au bout d'un an, MM. Robiquet et Duboscq viennent à leur tour annoncer qu'après avoir essayé plusieurs résines végétales qui, disent-ils, leur ont donné des résultats très-satisfaisants (ce qui du reste, d'après mes expériences qui datent d'un an, ne pouvait offrir de doute), ils s'en tiennent en ce moment

à une résine fossile, l'ambre jaune. Il ne m'est pas possible de voir là une idée nouvelle. Tout porte à croire en effet que, par analogie, les résines diverses peuvent jouir d'une efficacité égale, ainsi que je l'écrivais encore dans la *Lumière*, à la date du 30 décembre dernier. Le mérite, si mérite il y a, consistait, ce me semble, à proclamer le fait nouveau de l'efficacité d'un corps résineux dans la composition du collodion. Je demande à l'Académie la permission de lui prouver sur ce point mon droit à la priorité. Pour cela je me contenterai de rapporter deux passages des journaux dont je parle plus haut.

» Dans un article sur le collodion sec que j'ai fait paraître dans la *Lumière*, le 26 janvier 1856, je disais : « Ayant ajouté un peu de résine en poudre » (un demi-gramme pour 100) à un collodion qui avait l'inconvénient de » donner une couche criblée de trous, nous avons remarqué que non-seu- » lement ce défaut était très-notablement atténué, mais que l'état molécu- » laire du collodion avait été tellement modifié, qu'une immersion très-peu » prolongée dans l'eau distillée le débarrassait très-facilement de l'excès » d'azotate d'argent. » J'avais dit, en développant théoriquement ma méthode, que, selon moi, la grande difficulté pour opérer au collodion sec consistait à faire disparaître complétement l'azotate d'argent libre.

» Presque en même temps, dans une Lettre qui a paru le 5 février dans la *Revue Photographique*, je disais, après avoir décrit ma méthode, « qu'en ajou- » tant un demi-gramme pour 100 de résine pulvérisée, les résultats s'ob- » tiennent tous avec une bien plus grande facilité. »

» Ces deux citations textuelles suffiront, je pense, pour prouver à l'Académie qu'il y a un an déjà, je croyais avoir la certitude des bons effets de la résine ajoutée au collodion pour opérer par la voie sèche. J'ose donc prier l'Académie de faire insérer ma réclamation dans ses *Comptes rendus*, afin de constater sur ce point ma priorité, qui ne peut pas être douteuse. »

A 4 heures et demie, l'Académie se forme en comité secret.

La séance est levée à 6 heures. F.